Übungen zur Supersymmetrie - WS06/07

Blatt 5 - 25. Januar 2007
Besprechung am 5. Februar 2007

Es sei

$$Z^0[J] = \exp\left(\frac{i}{2}\int \mathrm{d}^4x\ \mathrm{d}^4y\ J(x)\Delta_c(x-y)J(y)\right)$$

das erzeugende Funktional der freien Theorie und

$$Z[J] = \frac{\exp\left(-i\lambda\int\ \mathrm{d}^4y\, V\left(\frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta J(y)}\right)Z^0[J]\right)}{\exp\left(-i\lambda\int\ \mathrm{d}^4y\, V\left(\frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta J(y)}\right)Z^0[J]\right)_{J=0}}$$

das erzeugende Funktional der wechselwirkenden Theorie.

13. Entwickeln Sie Zähler und Nenner von $Z[J]$ in Potenzen von λ, indem Sie die Reihenentwicklung der Exponentialfunktion benutzen.
14. Berechnen Sie explizit die Ordnungen λ^0 und λ^1 für das ϕ^4 Potential $V(\phi) = \phi^4$ und interpretieren Sie die einzelnen Terme als Feynman-Diagramme. D.h., berechnen Sie die Entwickung in λ von Zähler und Nenner von
$$Z[J] = \frac{\exp\left(-i\lambda\int\ \mathrm{d}^4y\ \frac{1}{i^4}\frac{\delta^4}{\delta J(y)^4}Z^0[J]\right)}{\exp\left(-i\lambda\int\ \mathrm{d}^4y\ \frac{1}{i^4}\frac{\delta^4}{\delta J(y)^4}Z^0[J]\right)_{J=0}}$$
15. Setzen Sie die kausale Greensche Funktion
$$\Delta_c(x) = \frac{i}{(2\pi)^3}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}^3p\ \frac{1}{2\omega_{\vec{p}}}e^{i\vec{p}\vec{x}}\left(\Theta(t)e^{-i\omega_{\vec{p}}t} + \Theta(-t)e^{i\omega_{\vec{p}}t}\right)$$
ein und zeigen Sie, dass die Integrale, die zu Schleifen gehören, divergieren. Hier bezeichnet Θ die Heaviside'sche Sprungfunktion.