Übungen zur Supersymmetrie - WS06/07

Blatt 6 - 5. Februar 2007
Besprechung am 8. Februar 2007

16. Betrachten Sie die Lagrangedichte

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi} i \gamma_\mu D^\mu \psi - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$$

mit dem Feldstärketensor $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ und der kovarianten Ableitung $D^\mu = \partial^\mu + iqA^\mu$ für ein Vektorfeld A^μ und ein Spinorfeld ψ. Verifizieren Sie, dass sowohl das Vektorfeld als auch das Spinorfeld masselos sind. Zeigen Sie, dass die Lagrangedichte invariant ist unter der lokalen Eichtransformation

$$\psi \to e^{iq\chi(x)} \psi, \quad A^\mu \to A^\mu - \partial^\mu \chi(x)$$

Leiten Sie aus der Lagrangedichte die Feynman-Regeln ab und zeigen Sie, dass es nur einen Wechselwirkungs-Graphen gibt. Zeichnen Sie diesen Graphen auf.

17. Betrachten Sie die Lagrangedichte $\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_H$ mit

$$\mathcal{L}_H = (D^\mu \phi)^* D_\mu \phi + \mu^2 \phi^* \phi - \lambda (\phi^* \phi)^2 - g \phi \bar{\psi} \psi$$

Hier wurde ein neues komplexes Skalarfeld ϕ eingeführt. Zeigen Sie, dass die Eichsymmetrie immer noch erhalten ist, wenn man die Eichtransformation ergänzt zu

$$\phi \to e^{iq\chi(x)} \phi, \psi \to e^{iq\chi(x)} \psi, \quad A^\mu \to A^\mu - \partial^\mu \chi(x)$$

18. Zeigen Sie, dass das Potential $V(\phi) = -\mu^2 \phi^* \phi + \lambda (\phi^* \phi)^2$ ein lokales Mimimum bei

$$\phi_0 = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}$$

hat und entwickeln Sie die Langrangedichte $\mathcal{L}$ um dieses Minimum, indem Sie $\phi(x) = \phi_0 + \tilde{\phi}(x)$ einsetzen. Interpretieren Sie die einzelnen Terme dieser Entwicklung als Massenterme für $\tilde{\phi}, \psi, A^\mu$ sowie als Wechselwirkungsterme. Bestimmen Sie daraus die Massen der drei Felder und zeichnen Sie die Feynman-Graphen für die möglichen Wechselwirkungen.