

Physik I und Einführung in die theoretische Physik I

Übungsaufgaben

Manuel Hohmann

18. Mai 2011

1. Lineare Differentialgleichung

Betrachten Sie die Differentialgleichung

$$\dot{x}(t) + c(x(t) - x_0) = 0$$

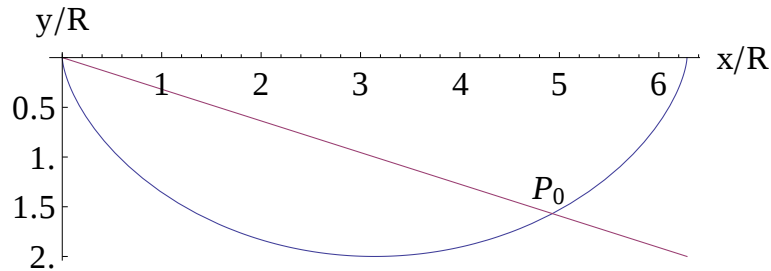
und lösen Sie durch Trennung der Variablen.

2. Brachistochronenproblem

Eine Kugel wird am obersten Punkt einer gebogenen Schiene aufgesetzt, die beschrieben wird durch die Gleichung

$$\vec{r}(\lambda) = (x(\lambda), y(\lambda)) = R(\lambda - \sin \lambda, 1 - \cos \lambda).$$

Die Kugel folgt der Schiene zum Punkt $P_0 = \vec{r}(\lambda_0)$:



- (a) Berechnen Sie die Zeit, die die Kugel bis zum Punkt P_0 benötigt.
- (b) Berechnen Sie außerdem die Zeit, die die Kugel brauchen würde, wenn sie stattdessen einer geraden Schiene zum Punkt P_0 folgen würde. Was fällt Ihnen auf?

3. Eindimensionale Bewegung

- (a) Leiten Sie aus der Energieerhaltung

$$E = \frac{m}{2} \dot{r}^2 + V(r)$$

die Lösung für die eindimensionale Bewegung her,

$$t - t_0 = \int_{r_0}^r \frac{d\tilde{r}}{\sqrt{\frac{2}{m}(E - V(\tilde{r}))}}.$$

(b) Betrachten Sie das Potential

$$V(r) = \frac{a}{r^2} - \frac{b}{r}$$

und lösen Sie die Bewegungsgleichung für $E = 0$ und $r_0 = a/b$ unter Benutzung von

$$\int \frac{x \, dx}{\sqrt{Bx + C}} = \frac{2}{3} \frac{Bx - 2C}{B^2} \sqrt{Bx + C} .$$