

Physik I und Einführung in die theoretische Physik I

Übungsaufgaben

Manuel Hohmann

24. November 2011

1. Wendeltreppe in Zylinderkoordinaten

Jannis möchte möglichst schnell nach unten und rutscht daher auf dem Geländer einer Wendeltreppe abwärts. Da dieses frisch geputzt wurde, gibt es keine Reibung und die z -Komponente seiner Beschleunigung hat den konstanten Wert a . Bei der Wendeltreppe handelt es sich um eine Rechtsschraube, die Höhe eines Stockwerks sei h und der Abstand des Geländers vom Zentrum der Wendeltreppe sei R .

Benutzen Sie in dieser Aufgabe die Zylinderkoordinaten (r, ϕ, z) , die gegeben sind durch die Transformationsgleichungen

$$(x, y, z) = (r \cos \phi, r \sin \phi, z). \quad (1)$$

- (a) Bestimmen Sie die Einheitsvektoren $\vec{e}_r, \vec{e}_\phi, \vec{e}_z$.
- (b) Geben Sie die Bahnkurve in Zylinderkoordinaten r, ϕ, z sowie die Geschwindigkeit und die Beschleunigung unter Benutzung der soeben berechneten Einheitsvektoren an.
- (c) Jannis habe die Masse m . Bestimmen Sie seinen Impuls $\vec{p}$ und seinen Drehimpuls $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$.
- (d) Welche Kräfte wirken auf Jannis? Zerlegen Sie seine Impulsänderung $\dot{\vec{p}}$ in verschiedene Komponenten, die Sie den verschiedenen Kräften zuordnen.

2. Gedämpfte Rotationsschwingung

Ein Körper mit Trägheitstensor I_{ij} ist so durch Federn aufgehängt, dass bei einer Drehung um einen kleinen Winkel $\vec{\theta}$ um seinen Schwerpunkt ein Drehmoment $\vec{M}_D = -D\vec{\theta}$ wirkt. Wenn der Körper mit der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} = \dot{\vec{\theta}}$ rotiert, wirkt zusätzlich ein dämpfendes Drehmoment $\vec{M}_k = -k\vec{\omega}$.

- (a) Leiten Sie aus der Bewegungsgleichung $\dot{\vec{L}} = \vec{M}_D + \vec{M}_k$ des starren Körpers die Bewegungsgleichung für den so beschriebenen Körper ab.
- (b) Nehmen Sie an, dass sie den Körper um eine Hauptträgheitsachse $\vec{\theta}_0$ mit Hauptträgheitsmoment I_0 verdrehen und dann loslassen. Zeigen Sie, dass er eine gedämpfte, harmonische Schwingung ausführt und bestimmen Sie die Kreisfrequenz und die Dämpfung.
- (c) Lösen Sie die Bewegungsgleichung mit den Anfangsbedingungen $\vec{\theta}(0) = \vec{\theta}_0$ und $\vec{\omega}(0) = 0$.