Physik II und Einführung in die theoretische Physik II

Übungsaufgaben

Manuel Hohmann

16. April 2012

1. Aus einer homogen geladenen Kugel mit Ladungsdichte ρ_1 und Radius R_1 sei ein kugelförmiger Hohlraum vom Radius R_2 herausgeschnitten und anschließend eine homogen geladene Kugel mit Ladungsdichte ρ_2 passgenau in diesen Hohlraum eingefügt. Die Mittelpunkte der beiden Kugeln haben den Abstand a .

(a) Wie groß muss ρ_2 sein, damit die Gesamtladung des Systems $Q = 0$ ist?

(b) Wie groß ist das Dipolmoment $\vec{p}$ in diesem Fall?

2. Zeigen Sie, dass das Dipolmoment $\vec{p}'$ einer um einen konstanten Vektor $\vec{r}_0$ verschobenen Ladungsverteilung

$$\rho'(\vec{r}) = \rho(\vec{r} - \vec{r}_0)$$

gegeben ist durch

$$\vec{p}' = \vec{p} + Q\vec{r}_0.$$

3. Zeigen Sie, dass für ein beliebiges Vektorfeld $\vec{A}(\vec{r})$ gilt:

$$\Delta \vec{A} = \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) - \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}).$$

4. Leiten Sie aus der Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \rho(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j}(\vec{r}, t) = 0$$

die Ladungserhaltung

$$\frac{dQ_M(t)}{dt} + I_M(t) = 0$$

für eine Teilmenge $M \subset \mathbb{R}^3$ her. Dabei ist

$$Q_M(t) = \int_M \rho(\vec{r}, t) dV \quad \text{und} \quad I_M(t) = \int_{\partial M} \vec{j}(\vec{r}, t) \cdot d\vec{A}.$$