# Physik II und Einführung in die theoretische Physik II
# Übungsaufgaben

Manuel Hohmann

2. Juli 2012

1. Betrachten Sie eine elektromagnetische Welle der Wellenlänge $\lambda$, die sich in $z$-Richtung bewegt und so linear polarisiert sei, dass das elektrische Feld mit der $x$-Achse den Winkel $\phi$ einschließt. Diese Welle trifft auf ein Metallgitter, das aus parallelen Gitterstäben der Länge $L \gg \lambda$ besteht, die im Abstand $d \ll \lambda$ in der $x, y$-Ebene parallel zur $x$-Achse angeordnet sind.
   (a) Geben Sie $\vec{E}_{\text{ein}}(\vec{r}, t)$ und $\vec{B}_{\text{ein}}(\vec{r}, t)$ für die einlaufende Welle an.
   (b) Nehmen Sie an, dass sich das Feld vor dem Gitter als Summe einer einlaufenden und einer reflektierten Welle darstellen lässt, hinter dem Gitter als eine transmittierte Welle. Welche Randbedingungen müssen die zugehörigen elektrischen und magnetischen Felder am Gitter erfüllen?
   (c) Bestimmen Sie die reflektierte und die transmittierte Welle. Tip: Zerlegen Sie die drei Wellen in Komponenten parallel und senkrecht zu den Gitterstäben.
   (d) Zeigen Sie, dass sich die Energie der einlaufenden Welle auf die transmittierte und reflektierte Welle aufteilt.
   (e) Berechnen Sie die Impulsdichten der drei Wellen. Welche Kraft pro Einheitsfläche wird auf das Gitter ausgeübt?

2. Betrachten Sie die Greensche Funktion des d'Alembert-Operators, die gegeben ist durch

$$\Box G(\vec{r}, t, \vec{r}', t') = \left(\triangle - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) G(\vec{r}, t, \vec{r}', t') = -4\pi\delta(\vec{r} - \vec{r}')\delta(t - t')\,. \tag{1}$$

   (a) Zeigen Sie, dass die allgemeine Lösung der inhomogenen Wellengleichung

$$\Box\Phi(\vec{r}, t) = -\frac{1}{\epsilon_0}\rho(\vec{r}, t) \tag{2}$$

   gegeben ist durch

$$\Phi(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int d^3r \int dt\, G(\vec{r}, t, \vec{r}', t')\rho(\vec{r}', t')\,. \tag{3}$$

   (b) Wenden Sie auf beiden Seiten von (1) die Fourier-Transformation an, die gegeben ist durch

$$\tilde{F}(\vec{k}, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^3r \int dt\, e^{-i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)} F(\vec{r}, t)\,. \tag{4}$$

(c) Lösen Sie die Gleichung im Fourier-Raum und bestimmen Sie $\tilde{G}(\vec{k}, \omega)$.

(d) Bestimmen Sie $G(\vec{r}, t, \vec{r}', t')$ durch die Fourier-Rücktransformation

$$F(\vec{r}, t) = \int d^3k \int d\omega \, e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \tilde{F}(\vec{k}, \omega) \,. \tag{5}$$

Lösen Sie dabei zuerst das Integral über $\omega$. Um die Polstellen des Integranden zu behandeln, wählen Sie einen Pfad in der komplexen Ebene und wenden Sie die Cauchy-Formel an. Lösen Sie anschließend das Integral über $\vec{k}$ in Kugelkoordinaten.